**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA**

**CENTRO TECNOLÓGICO**

**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**DISCIPLINA EMC 5412 - TRANSFERÊNCIA DE CALOR E MECÂNICA DOS FLUIDOS COMPUTACIONAL**

**TRABALHO 7**

**O PROBLEMA DO CILINDRO GIRANTE**

**Professor: António Fábio Carvalho da Silva**

**Aluno: Gusttav Bauermann Lang**

**Matrícula: 13200534**

**Florianópolis, 09 de Junho de 2017**

1. Solução analítica

A distribuição de temperaturas para um cilindro em regime permantente e sem geração interna de calor é dada pela seguinte equação:

Aplicando condições de temperatura prescrita nos raios interno e externo, a equação se transforma em:

1. Desenvolvimento

A primeira lei da termodinâmica para um volume de controle é dada pela seguinte equação:

Para a resolução deste problema são adotadas as seguinte hipóteses:

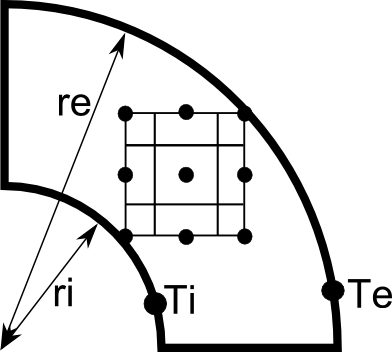
* Condução bidimensional nas direções x e y;
* Propriedades térmicas constantes;
* Não há geração interna de calor;
* Regime permanente;
* Variações das energias cinética e potencial desprezíveis;
* Desprezado o trabalho das forças viscosas;

Aplicando estas hipóteses, a equação pode ser reescrita da seguinte forma:

Para discretizar esta equação, é feita a integração aproximada da equação diferencial para os volumes internos da malha, que pode ser vizualizada na figura 1. Assim, é obtido:

onde:

Sendo que H é o comprimento do cilindro, que para a resolução do problema é considero 1m.



**Figura 1 –** Malha utilizada no problema

As condinções de contorno são de temperatura prescrita em todas as faces. Estas temperaturas são obtidas a partir da solução analítica do problema. Logo, para estes volumes :

onde:

Para cada volume de controle, as velocidades em cada interface são distintas entre si, a princípio. Como o cilindro gira com velocidade angular constante, o vetor da velocidade tangencial depende do raio do ponto desejado. Assim é possível decompor o vetor velocidade nas compontes e , para as direções e , respectivamente. As relações entre as velocidades encontram-se nas equações abaixo:

Sendo que e são as coordenadas das posições centrais de cada face.

Vale ressaltar que o cilindro gira na posição anti-horária. Logo o sentido das componentes da velocidade é de leste para oeste na horizontal, enquanto na vertical de sul para norte. Assim a componente horizontal da velocidade tem sinal negativo e a componente vertical da velocidade tem sinal positivo.

Para avaliar as temperaturas das interfaces (), serão utilizados 3 esquemas: CDS, UDS e exponencial.

No esquema CDS, as temperaturas são representadas pela média aritmética das temperaturas dos volumes de controle adjacentes. Assim a equação discretizada é:

onde:

No esquema UDS, a temperatura na interface do volume de controle depende da direção do fluxo de massa. O mesmo é positivo quando para direita ou para cima e negativo quando é pra esquerda ou para baixo. Logo:

Assim obtém-se:

onde:

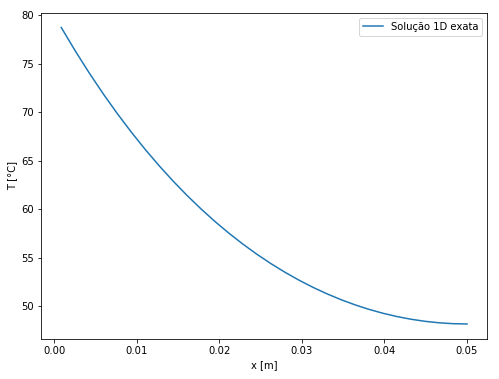
O esquema exponencial considera a solução analítica exata obtida a partir da equação da energia, considerando transferência de calor unidimensional em regime permanente e sem geração de calor, para avaliar a temperatura na interface do volume de controle. Assim, a esquação para este esquema é:

onde:

O número de Peclét é avaliado em cada interface e descrito por:

1. Resultados

Primeiramente é avaliado as temperaturas para as dimensões selecionadas para o problema. Os resultados para o caso 1D e 2D, podem ser visualizados nas figuras 2 e 3, respectivamente.



**Figura 2** – Solução 1D exata

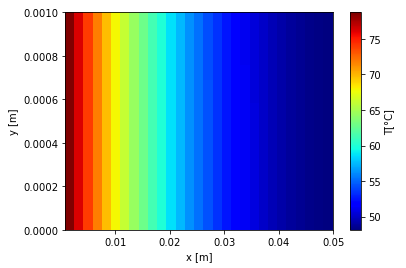


Figura 3 – Solução 2D com malha

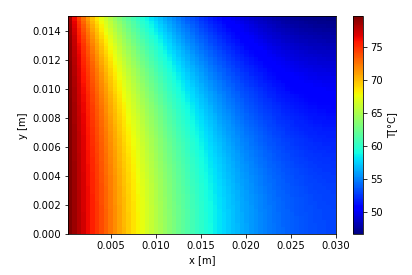
A simetria do problema foi utilizada, desta forma só está sendo mostrada metade da aleta. A outra metade estaria espelhada na direção y negativa.

Como pode ser visto na Figura 3, a temperatura pouco varia na direção y. Isso se deve ao fato da espessura escolhida ser muito pequena. Assim, são selecionados novos parâmetros, conforme a tabela 2. Os novos parâmetros foram selecionados de maneira a aumentar a espessura da aleta e manter a eficiência em 60%.

|  |  |
| --- | --- |
| Comprimento da Aleta | 0,03 m |
| Espessura da Aleta | 0,003 m |
| Largura da Aleta | 1 m |
| Coeficiente de Convecção (h | 8750 W/m²°C |
| Temperatura da base da aleta | 80 °C |
| Temperatura do ambiente externo | 25°C |

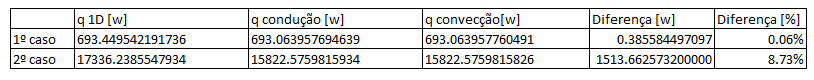
**Tabela 2 –** Novos dados do problema

Com estes novos parâmetros, a distribuição de temperaturas pode ser visualizada na figura 4.



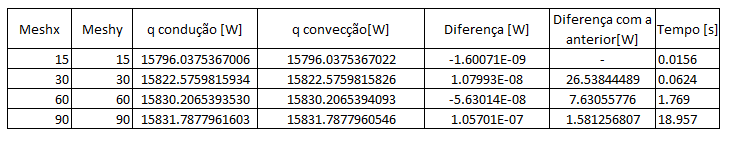
**Figura 4 –** Nova solução 2D com malha

Com estes novos parâmetros escolhidos , fica mais clara a variação da temperatura na direção y. Porém, vale destacar que quanto maior esta relação, pior é a aproximação da solução 2D, pela solução unidimensional analítica. Essa fato fica evidente na Tabela 3, onde é mostrado o calor trocado pela solução exata e a solução 2D, para ambos os parâmetros mostrados aqui.



**Tabela 3 –** Diferença do calor trocado em ambos os casos com malhas de

Por último, será avaliada a influência da malha na solução 2D para o 2º caso. Os resultados estão na Tabela 4.

**Tabela 4** – Influência da malha no resultado

Levando em conta a diferença com os resultados com uma malha menos refinada e o tempo de processamento, a malha com 60 volumes em cada deireção é suficiente e confiável, caso fosse comparada com os resultados exatos em 2D.

Vale ressaltar que na tabela 4 só é mostrado malhas quadradas. Entretanto não é necessário uma malha em y tão refinada, pois a espessura da aleta costuma ser menor que o comprimento.

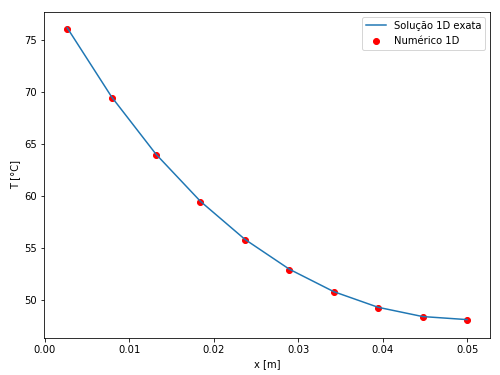
1. Resultados Numéricos 1D

Como atividade extra foi desenvolvido um código numérico em 1D. Como em uma malha 1D não se troca calor por convecção no sul e no norte, este calor trocado entrou no termo fonte. Assim a equação do calor discretizado é:

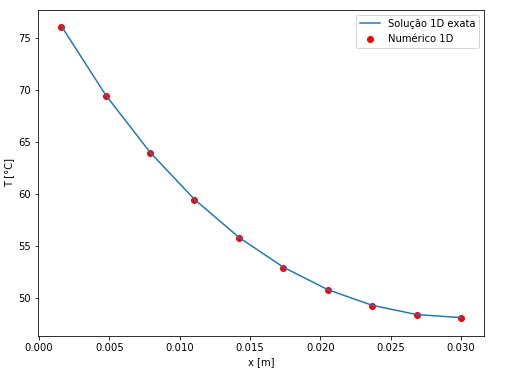
onde:

Contudo, nesta equação existem

Os resultados para os casos 1 e 2 podem ser visualizados nas figuras 5 e 6, respectivamente.



**Figura 5 –** Comparação da solução numérica 1D com a exata para o primeiro caso



**Figura 6 –** Comparação da solução numérica 1D com a exata para o segundo caso